

17^{as} Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova Eliminatória

15 de Fevereiro de 2023

15:00 (Continente e Madeira) / 14:00 (Açores)

Duração máxima – 120 minutos



Notas:

- Lê atentamente todas as questões.
 - As 6 primeiras perguntas são de escolha múltipla.
 - Existe uma tabela com dados e informações úteis no final do enunciado.
 - Todas as respostas devem ser dadas na folha de prova sendo devidamente assinadas.
-

PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Que tipo de estrela variável foi utilizada para medir a distância até à Galáxia de Andrómeda?

- a) Mira
- b) Algol
- c) Cefeida
- d) T Tauri

Solução: c)

2. Qual é a ordem correcta para as diferentes fases na vida de uma estrela?

- a) Sequência Principal - Anã vermelha - Anã Branca
- b) Protoestrela - Sequência Principal - Gigante Vermelha - Anã Branca
- c) Sequência Principal - Supergigante Vermelha - Supernova - Anã Branca
- d) Gigante Vermelha - Supernova - Anã Branca - Sequência Principal

Solução: b)

3. Qual é o planeta mais brilhante no céu?

- a) Vénus
- b) Sirius
- c) Marte

d) Júpiter

Solução: a)

4. A qual dos seguintes sistemas pertencem as Nuvem de Magalhães?

- a) Sistema Solar
- b) Aglomerado das Plêiades
- c) Grupo Local
- d) Aglomerado de Virgem

Solução: c)

5. Qual é a diferença entre a matéria escura e a energia escura?

- a) A matéria escura tende a desacelerar a expansão do universo enquanto que a energia escura tende a acelerar.
- b) A matéria escura está associada aos buracos negros e a energia escura à velocidade.
- c) A matéria e a energia escura correspondem à massa e à energia de corpos celestes que não emitem luz visível.
- d) Nenhuma, são duas expressões para o mesmo conceito.

Solução: a)

6. Que nome se dá ao fenómeno em que os núcleos atômicos iniciais se ligaram aos eletrões livres do plasma primordial do universo?

- a) Reionização
- b) Recombinação
- c) Nucleossíntese
- d) Inflação

Solução: b)

PERGUNTAS DE RESPOSTA LONGA

7. Uma nuvem de gás, aproximadamente esférica, tem uma massa de $1 M_{\odot}$, uma densidade de $1.67 \times 10^{-14} \text{ g/cm}^3$ e um período de rotação de 1000 anos.

- a) Sabendo que o momento angular de uma esfera de massa M , raio R , em rotação com velocidade angular ω é $L = \frac{2}{5}MR^2\omega$, mostra que se a nuvem colapsar na sua totalidade para uma estrela com a dimensão do Sol, o período de rotação da estrela será inferior a 1 minuto.
- b) Sabendo que o período de rotação do Sol é de cerca de 27 dias (este é um valor médio, pois regiões a diferentes latitudes do Sol têm períodos de rotação diferentes) e que os dados da nuvem são realistas e aproximam-se dos valores da nuvem que originou o Sol, o que podes dizer sobre a evolução do momento angular da nuvem que originou o Sol ao longo da sua contração?

Solução:

- a) Por conservação do momento angular, $L_i = L_f$. Daqui obtêm-se

$$\frac{R_{\odot}^2}{P_{\odot}} = \frac{R_{\text{nuvem}}^2}{P_{\text{nuvem}}}$$

A massa da nuvem é igual à massa da estrela final, logo

$$M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho = M_{\odot}$$

Daqui se tira o raio da nuvem

$$R = 3.05 \times 10^{13} \text{ m}$$

de onde vem que

$$P_{\odot} = 16 \text{ s}$$

- b) O momento angular não se conservou e diminuiu com o tempo.

8. Um exoplaneta foi encontrado pelo método de trânsito a orbitar uma estrela com um raio estimado de $0.9 R_{\odot}$, uma massa de $1.1 M_{\odot}$ e a uma distância de 10 pc. Observou-se que dá uma volta completa à estrela em 12 dias.

- a) Calcula a separação angular máxima (em milissegundos de arco) entre a estrela e o planeta.
- b) Seria muito interessante poder obter uma imagem deste planeta para o poder estudar melhor. Neste momento, o JWST é o melhor telescópio ao qual temos acesso, com um espelho de 6.5m de diâmetro e uma capacidade de observação nos comprimentos de onda entre os $0.6 \mu\text{m}$ e os $5 \mu\text{m}$. Justifica se é possível ou não a observação deste planeta com este telescópio.
- c) Durante o trânsito do planeta, observou-se uma variação máxima no fluxo da estrela de 0.01%. Estima qual o raio do planeta em quilómetros.

Solução:

a) Pela terceira lei de Kepler, podemos obter o semi-eixo maior da órbita:

$$a = \sqrt[3]{\frac{GM}{4\pi^2} T^2} = 0.1 \text{ UA}$$

Para calcular a separação angular correspondente, fazemos

$$\theta = a/d = 5.1 \times 10^{-8} \text{ rad} \approx 10 \text{ mas}$$

b) Assumindo a equação para o poder resolvente (assumindo o menor comprimento de onda possível)

$$\theta_{\text{tel}} = 1.22 \frac{\lambda}{D} = 1 \times 10^{-7} \text{ rad} \approx 23 \text{ mas}$$

Como $\theta_{\text{tel}} > \theta$, significa que para esta configuração não é possível resolver o sistema com o JWST.

c)

$$\delta F = \left(\frac{R_{\text{pl}}}{R_{\text{star}}} \right)^2 \equiv R_{\text{pl}} = \sqrt{\delta F} R_{\text{star}} = 6261 \text{ km}$$

9. No Universo estima-se que existem entre 100 a 200 mil milhões de galáxias. Assume que uma galáxia média tem $10^{11} M_{\odot}$ e que a distância média entre as galáxias é de 10 milhões de anos-luz.

- Qual é a densidade média de matéria (massa por unidade de volume) nas galáxias?
- Sabendo que em Cosmologia a densidade crítica é a densidade de energia para a qual a curvatura espacial de um universo homogêneo, isotrópico e em expansão é zero e pode ser definida pela expressão

$$\rho_{\text{crit}} = \frac{3H^2}{8\pi G}, \quad (1)$$

onde H é a constante de Hubble ($\approx 70 \text{ km/s/Mpc}$) e G é a constante da gravitação universal, a que fração da densidade crítica corresponde a densidade calculada anteriormente?

- Sabendo que as galáxias podem ser classificadas com base na sua forma em elípticas, espirais e irregulares, qual é que achas que é mais vermelha: uma galáxia espiral ou uma galáxia elíptica? Porquê?

Solução:

- Se assumirmos que cada galáxia ocupa em média um cubo com lado igual à distância típica entre elas (ver Figura 1), a densidade média é independente do número de galáxias e pode ser estimada como

$$\rho_{\text{gal}} = M_{\text{gal}}/V_{\text{gal}} = \frac{10^{11} M_{\odot}}{d^3} = 2.3 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$$

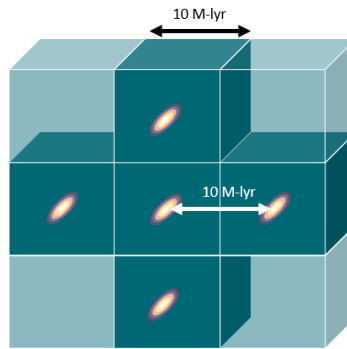


Figura 1: Esquema com todas as galáxias equidistantes (aproximação simplificada).

b) A densidade crítica do universo é estimada pela equação sendo

$$\rho_{\text{crit}} = 9.2 \times 10^{-27} \text{ kg/m}^3$$

Com este valor podemos calcular a fração de densidade correspondente a matéria associada a galáxias

$$\frac{\rho_{\text{gal}}}{\rho_{\text{crit}}} = 0.026$$

c) Uma galáxia elíptica porque estes sistemas contêm mais estrelas velhas e baixas taxas de formação estelar. Todo o gás e poeira disponíveis já foram usados no passado, restando apenas estrelas velhas e frias cuja a cor típica é avermelhada.

10. O cometa C/2022 E3 (ZTF) atravessou o ponto de maior aproximação à Terra no passado dia 1 de fevereiro de 2023, ficando a uma distância de 4.2×10^7 km e atingindo uma magnitude aparente máxima de $m = 5$.

- Na maior parte das regiões povoadas de Portugal, apenas conseguimos observar objetos com magnitude aparente mais brilhante do que $m_{\text{eye}} = 4$. A que distância teria de passar o cometa para poder ser visível nestas regiões?
- Sabendo que passados 8 dias da aproximação máxima o cometa tem uma magnitude aparente de 8.5, estima qual a velocidade (em km/s) de afastamento do cometa.
- De que regiões do sistema solar são originários os cometas?

Solução:

a) Calculamos primeiro a magnitude absoluta para usar como calibração

$$M = m + 5 - 5 \log_{10}(d[\text{pc}]) \approx 39.3$$

depois podemos voltar a usar isto para calcular a distância correspondente a m_{eye}

$$d_{\text{pc}} = 10^{\frac{m_{\text{eye}} - M + 5}{5}} = 8.6 \times 10^{-8} \text{ pc} = 2.65 \times 10^7 \text{ km}$$

. A resposta certa é cerca de 26.5 milhões de quilómetros.

- b) Passados os oitos dias podemos calcular a distância de afastamento na direção radial que corresponde a 210 milhões de quilômetros (usando a mesma equação anterior). Depois calculamos a velocidade média

$$v = \Delta d / T \approx 244 \text{ km/s}$$

- c) Cintura de Kuiper [órbitas curtas] e nuvem de Oort [órbitas longas].

Tabela de Dados:

Constantes Universais

- Velocidade da luz (vazio): $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- Constante gravitacional: $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^2 \text{ K}^{-4}$
- Constante de dispersão de Wien: $b = 2.8976 \times 10^{-3} \text{ m K}$

Dados sobre o Sol

- Massa do Sol: $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- Raio do Sol: $R_{\odot} = 6.955 \times 10^8 \text{ m}$
- Período médio de rotação do sol: $T = 27 \text{ dias}$
- Luminosidade do Sol: $L_{\odot} = 3.846 \times 10^{26} \text{ W}$
- Magnitude Absoluta Visual do Sol: $M_{\odot} = 4.83 \text{ mag}$
- Temperatura superficial do Sol: $T_{\text{ef}} = 5780 \text{ K}$

Dados sobre a Terra

- Massa da Terra: $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Raio da Terra: $R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 \text{ m}$

Dados sobre a Lua

- Massa da Lua: $M_{\zeta} = 7.348 \times 10^{22} \text{ kg}$
- Raio da Lua: $R_{\zeta} = 1738 \times 10^3 \text{ m}$

Conversão de unidades

- Unidade Astronómica (UA): $1 \text{ UA} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$
- Parsec (pc): $1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
- Ano-luz (ly): $1 \text{ ly} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$

Relações importantes

- Velocidade angular $\Omega = \frac{2\pi}{T} [\text{rad s}^{-1}]$
- Lei de Stefan-Boltzmann: $L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ef}}^4$
- Distância em parsec: $d_{\text{pc}} = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$
- Magnitude absoluta: $M = -2,5 \log(L) + K$, em que K é uma constante
- Lei da Gravitação Universal: $F_g = G \frac{Mm}{r^2}$

- Lei de Wien: $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$

- Lei dos cossenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

