

## 14<sup>as</sup> Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova da final nacional

**PROVA TEÓRICA**

17 de maio de 2019

Duração máxima – 120 minutos

**Notas:** Leia atentamente todas as questões. As primeiras 5 questões são de escolha múltipla. Todas as respostas devem ser dadas na folha de prova sendo devidamente assinadas. Existe uma tabela com dados e informações úteis no final do enunciado.

---

**1)** Qual é aproximadamente o diâmetro angular da Lua no céu noturno?

- a) 1 grau
- b) 0.5 graus
- c) 2 graus
- d) 4 graus

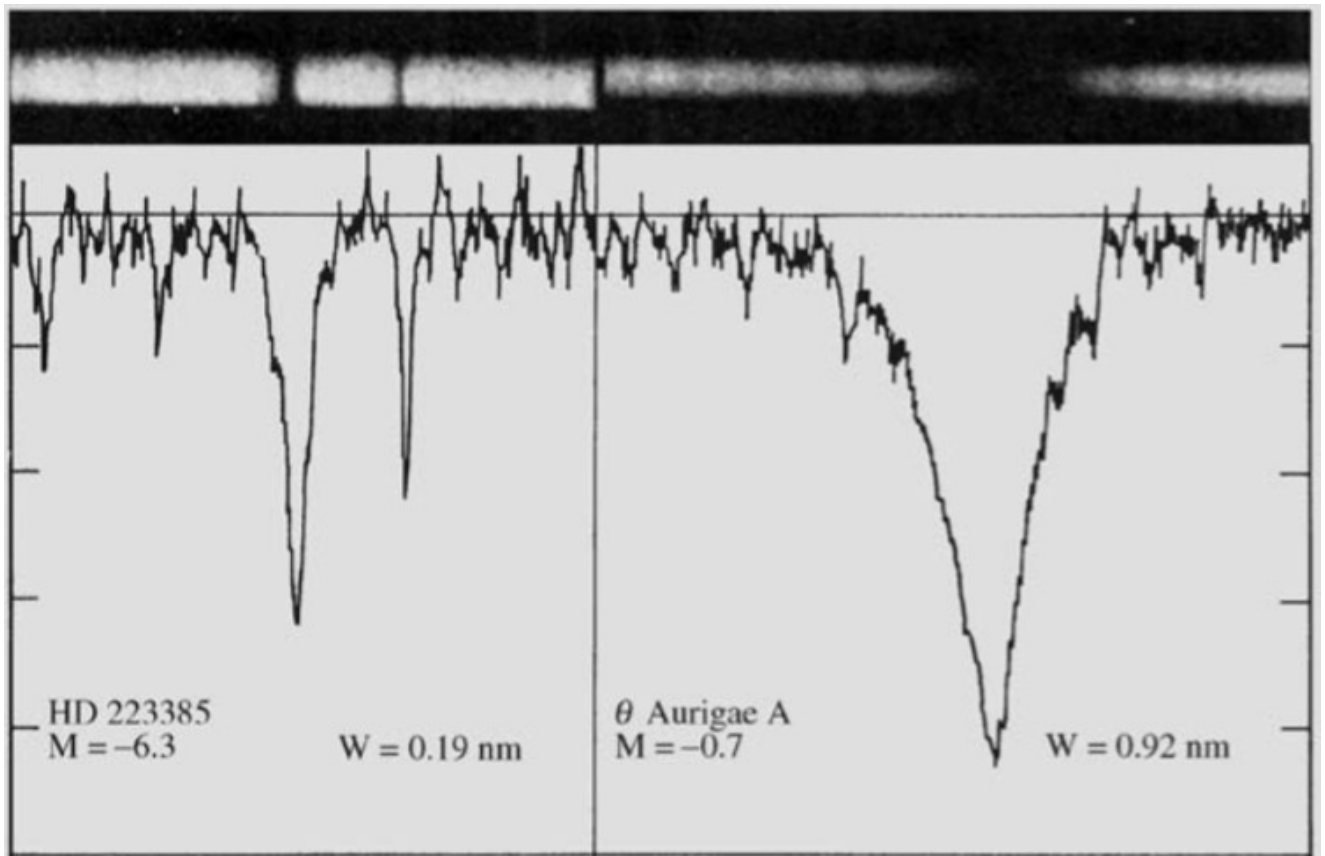
**2)** Um buraco negro com a massa da Terra seria do tamanho de:

- a) o Sol
- b) a Lua
- c) uma bola de bowling
- d) um berlinde

**3)** A transição de um electrão num átomo de hidrogénio do nível 3 para o nível 2 produz o fóton mais energético da série de Balmer com uma frequência  $4,6 \times 10^{14}$  Hz. Em que comprimento de onda se pode observar esta transição num laboratório?

- a) 652 nm
- b) 532 nm
- c) 582 nm
- d) 592 nm

4) A figura abaixo mostra os espectros de absorção das estrelas HD 2223385 (estrela 1, à esquerda) e Theta Aurigae A (estrela 2, à direita). Ambas são do tipo espectral A. Entretanto, a estrela 1 possui perfil da linha de absorção de hidrogênio alfa ( $H\alpha$ ) bastante estreito, enquanto o perfil da mesma linha para a estrela 2 é largo.



Podemos afirmar que:

- a) A estrela 1 é menos quente que a estrela 2
- b) A atmosfera da estrela 1 é menos densa que a atmosfera da estrela 2
- c) A estrela 1 possui menos hidrogênio que a estrela 2
- d) A velocidade de afastamento da estrela 1 é menor que a da estrela 2

5) Qual seria a temperatura efectiva da Terra caso esta orbitasse o Sol a 0,5 UA? Considere que a Terra se comporta como um corpo negro e que o seu albedo é aproximadamente igual a 0,3. (escolhe a opção mais próxima da correcta)

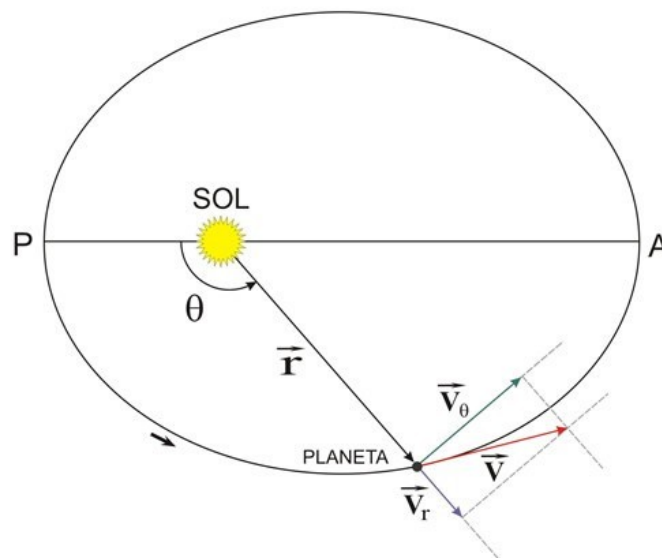
- a) 255 K
- b) 364 K
- c) 350 K
- d) 360 K

6) Reproduz a demonstração feita pelo matemático e filósofo Eratóstenes da esfericidade da Terra, estimando os valores das medições obtidas por ele, se ele tivesse chegado a um resultado para o raio da Terra exactamente igual ao que se conhece hoje. Faz um esboço do problema para ajudar a melhor visualizar a genialidade da prova. (considere que a distância entre Alexandria e Siena é de aproximadamente 795 km e que a vara utilizada tinha 50 cm).

7) A órbita elíptica de um astro (massa  $m$ ) ao redor do Sol (massa  $M$ ) pode ser definida pela sua excentricidade  $e$  e o seu semi-eixo maior  $a$ . Com estes valores podemos calcular a distância  $r$  do astro ao Sol e o módulo da sua velocidade orbital  $V$ , através das seguintes fórmulas:

$$r = \frac{a(1-e^2)}{(1+e \cos \theta)} \quad \text{e} \quad V^2 = G(M + m) \left( \frac{2}{r} - \frac{1}{a} \right)$$

Onde  $\theta$  é chamado de anomalia verdadeira, como mostra a figura a seguir, fora de escala.



Calcule a razão entre a velocidade orbital no periélio e no afélio ( $V_p/V_a$ ) de um cometa cuja órbita tem semi-eixo  $a=3,0$  U.A. e excentricidade  $e=0,6$ .

8) O processo de crescimento de uma galáxia é regulado pela taxa de conversão de gás em estrelas. Considera uma galáxia que está a formar estrelas a uma taxa de aproximadamente  $5 \times 10^{30}$  kg por ano e contém cerca de  $10^9$  massas solares ( $M_\odot$ ) de gás na sua constituição.

a) Assumindo que a taxa se mantém constante, estima quanto tempo demora a converter o gás existente em estrelas.

b) A massa actual dessa galáxia é de  $10^{12} M_\odot$  em estrelas. Calcula quanto tempo demoraria a formar esta quantidade de estrelas com a taxa de formação indicada. Compara com a idade do Universo e comenta o resultado.

c) A luminosidade da linha de H $\alpha$  está relacionada com a taxa de formação estelar (TFE) recente através da expressão:  $L_{H\alpha} [\text{J/s}] = 1.3 \times 10^{34} \times \text{TFE} [M_\odot/\text{ano}]$ . Sabendo que esta galáxia está a 10 Mpc de distância, calcula o fluxo de H $\alpha$  que é observado na Terra.

d) Sabendo que o comprimento de onda da linha de H $\alpha$  é de 656 nm, calcula o número de fótons H $\alpha$  provenientes desta galáxia que atingem a superfície terrestre durante um ano.

9) Estrelas circumpolares são estrelas que não têm nascer nem ocaso e, portanto, nunca estão abaixo do horizonte. Considera uma estrela com uma declinação  $\delta$  como vista por um observador no hemisfério norte a uma latitude  $\phi$ .

a) Desenha uma figura que ilustra o movimento da estrela no céu, identificando todos os ângulos relevantes.

b) Encontra a condição entre  $\delta$  e  $\phi$  que a estrela deve cumprir para ser circumpolar.

c) Escreve uma expressão (em termos de  $\delta$  e  $\phi$ ) para o azimute máximo de uma estrela circumpolar que não pode chegar a 180°. Nota que o azimute de uma estrela é o ângulo que a direcção do astro faz com a direcção do Norte.

10) Uma galáxia espiral tem uma curva de rotação que pode ser aproximada pela seguinte expressão

$$v(R) = 200(1 - e^{-R/R_0}) \text{ km/s}$$

onde  $R$  é a distância ao centro da galáxia e  $R_0$  é uma constante igual a 4 kpc.

a) Estima quanta massa se encontra até 16 kpc do centro em unidades de massas solares.

b) Mostra que para distâncias pequenas ( $R \ll R_0$ ) a velocidade angular é aproximadamente constante. (dica: para  $x \ll 1$ ,  $e^x \simeq 1 + x$ )

c) Determina o período rotacional das estrelas próximas do centro da galáxia, em anos.

d) Para grandes distâncias do centro, a curva de rotação é quase constante. Assume que a matéria que é responsável por este perfil está distribuída de forma esférica e simétrica relativamente ao centro da galáxia com uma densidade que varia com a distância como  $\rho(R) \propto R^{-\alpha}$ , para  $R \gg R_0$  kpc. Determina o valor de  $\alpha$  que resulta desse perfil constante da curva de rotação, assumindo que  $M(R < R_0) \ll M_{total}$ .

## Tabela de dados:

### Constantes universais

Velocidade da luz (vazio):  $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Constante gravitacional:  $G = 6,673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$

Constante de Stefan-Boltzmann:  $\sigma = 5,670 \times 10^{-8} \text{ W m}^2 \text{ K}^{-4}$

### Dados sobre o Sol:

Massa do Sol:  $M_{\odot} = 1,99 \times 10^{30} \text{ kg}$

Raio do Sol:  $R_{\odot} = 6,955 \times 10^8 m$

Período médio de rotação do sol:  $T = 27$  dias

Luminosidade do Sol:  $L_{\odot} = 3,846 \times 10^{26} W$

Temperatura superficial do Sol:  $T_{ef} = 5780 K$

### **Dados sobre a Terra:**

Massa da Terra:  $M_{\oplus} = 5,972 \times 10^{24} kg$

Raio da Terra:  $R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 m$

Distância média da Terra ao Sol:  $149,6 \times 10^9 m$

### **Dados sobre a Lua:**

Massa da Lua:  $M_{\zeta} = 7,348 \times 10^{22} kg$

Raio da Lua:  $R_{\zeta} = 1738 \times 10^3 m$

### **Conversão de unidades:**

Unidade Astronómica (UA):  $1 UA = 1,49 \times 10^{11} m$

Parsec (pc):  $1 pc = 3,086 \times 10^{16} m$

### **Relações importantes:**

Velocidade angular  $\Omega = \frac{2\pi}{T}$  [rad.s<sup>-1</sup>]

Lei de Stefan-Boltzmann:  $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$

Distância em parsec:  $d_{pc} = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$

Magnitude absoluta:  $M = -2,5 \log(L) + K$  , em que K é uma constante

Lei da Gravitação Universal:  $Fg = G \frac{Mm}{r^2}$