4^{as} Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova da eliminatória regional
15 de Abril de 2009 – 15:00

RESOLUÇÃO

1.

1.1	a)	
	b)	
	c)	X
	d)	

1.2	a)	
	b)	X
	c)	
	d)	

1.3	a)	
	b)	X
	c)	
	d)	

1.4	a)	X
	b)	
	c)	
	d)	

2.

Em 1609 Galileu começou a fazer observações utilizando o telescópio.

Devem ser abordados os seguintes itens:

1- O aluno sabe que está relacionado com as observações de Galileu

2- O aluno reconhece que essas observações são relevantes devido à utilização do telescópio (pela contribuição contra os argumentos aristotélicos).

3.

3.a

Devem ser abordados os seguintes itens:

1- A órbita do planeta é uma elipse.

2- Na forma definida por Kepler, o Sol encontrar-se-ia num dos focos da elipse.

3.b

1) Conversões de unidades:

$T_{Io} = 1{,}53 \times 10^5$ s ;

$r_{Io} = 4{,}216 \times 10^5$ m ;

$T_{Calisto} = 1{,}44 \times 10^6$ s ;

2) Estabelecimento das proporcionalidades definidas no enunciado: $\dfrac{T_{Io}^2}{T_{Calisto}^2} = \dfrac{r_{Io}^3}{r_{Calisto}^3}$

3) Resolução numérica a partir da proporcionalidade estabelecida:

$$\frac{T_{Io}^2}{T_{Calisto}^2} = \frac{r_{Io}^3}{r_{Calisto}^3} \Leftrightarrow r_{Calisto} = \sqrt[3]{\frac{T_{Calisto}^2 \times r_{Io}^3}{T_{Io}^2}} = \sqrt[3]{\frac{(1{,}44\times10^6)^2\times(4{,}216\times10^5)^3}{(1{,}53\times10^5)^2}} = 1{,}88\times10^6 \text{ m}$$

4.

4.a

$$d = 1{,}3\times3{,}086\times10^{13}\ km$$

$$t = \frac{d}{v} = \frac{1{,}3\times3{,}086\times10^{13}}{30} = 1{,}34\times10^{12}\,s \Leftrightarrow t = \frac{1{,}34\times10^{12}}{3600\times24\times365{,}25} = 42462\,anos$$

4.b

Considerando:

d – distância Sol – Próxima Centauri (PC)

d_{Sol} – distância nave – Sol

d_{PC} – distância nave - PC

$$d = d_{Sol} + d_{PC}$$

$$brilho_{Sol} = brilho_{PC}$$

$$\frac{L_{Sol}}{d_{Sol}^2} = \frac{L_{PC}}{d_{PC}^2} \Leftrightarrow \frac{d_{PC}}{d_{Sol}} = \sqrt{\frac{L_{PC}}{L_{Sol}}} \Leftrightarrow \frac{d-d_{Sol}}{d_{Sol}} = \sqrt{0{,}0017} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{d}{d_{Sol}-1} = \sqrt{0{,}0017} \Leftrightarrow \frac{d_{Sol}}{d} = \frac{1}{1+\sqrt{0{,}0017}} \Leftrightarrow \frac{d_{Sol}}{d} = 0{,}96$$

5.

5.a

$$v = \sqrt{\frac{2MG}{r}} \Leftrightarrow v^2 = \frac{2MG}{r} \Leftrightarrow r = \frac{2\times10^9\times1{,}98\times10^{30}\times6{,}672\times10^{-11}}{\left(3\times10^8\right)^2} \Leftrightarrow r = 2{,}93\times10^{12}\,m$$

5.b

Passado o raio de Schwarzchild, nada consegue escapar ao campo gravitacional do buraco negro, em particular a luz, que viaja a velocidade limite de 300 000 km/s, consegue escapar.

5.c

$$v = \sqrt{\frac{2MG}{r}} \Leftrightarrow v = \sqrt{\frac{2\times1{,}98\times10^{30}\times6{,}672\times10^{-11}}{6{,}96\times10^8}} \Leftrightarrow v = 6{,}16\times10^5\,ms^1$$

5.d

$$E = Mc^2 \Leftrightarrow E = 10^9\times1{,}98\times10^{30}\times(3\times10^8)^2 = 1{,}78\times10^{56}\,kg\,m^2s^{-2}$$

6.

6.a

O disco da Galáxia é suportado gravitacionalmente pela rotação e, por isso, pode-se escrever:

$$F_{grav} = F_{centripeta}$$

$$\frac{G M_r\, m}{r^2} = m\,\frac{v_r^{\,2}}{r}$$

onde:

M_r é a massa total da Galáxia interior ao raio r

v_r é a velocidade da estrela de massa m que se encontra à distância r do centro da Galáxia

$$M_r = \frac{v_r^2\cdot r}{G}$$

$$\frac{M_{r\,Sol}}{M_{r\,estrela}} = \left(\frac{v_{r\,Sol}}{v_{r\,estrela}}\right)^2\cdot\frac{r_{Sol}}{r_{estrela}}$$

substituindo os valores (não é necessário converter unidades devido às razões) vem:

$$\frac{M_{r\,Sol}}{M_{r\,estrela}} \approx 0{,}4$$

<u>Resolução alternativa:</u>

Usando-se a 3ª Lei de Kepler na sua fórmula simplificada: $M_r \approx \dfrac{r^3}{P^2}$

sendo r o raio da órbita em unidades astronómicas (U.A.), P o período de rotação do objecto na sua órbita, expresso em anos, e M_r a massa total interior à órbita expressa em massas solares.

Assumindo órbitas circulares: $v = 2\pi\dfrac{r}{P}$

resulta

$$\frac{M_{r\,Sol}}{M_{r\,estrela}} = \left(\frac{v_{r\,Sol}}{v_{r\,estrela}}\right)^2 \cdot \frac{r_{Sol}}{r_{estrela}}$$

$$\frac{M_{r\,Sol}}{M_{r\,estrela}} \approx 0{,}4$$

6.b

Opção correcta: **b.3**

7.

7.a

Considerando que a ordenada na origem é 0 (a Galáxia é o ponto de referência), para a galáxia de Abell 85:

$$16507 = 214.1\ H_0$$

$$H_0 \approx 77.1\ \text{km/s/Mpc}$$

para a galáxia de Coma Berenices:

$$6925 = 95.1\ H_0$$

$$H_0 \approx 72.8\ \text{km/s/Mpc}$$

Fazendo a média dos 2 valores, resulta em $< H_0 > \approx 75.0$ km/s/Mpc

7.b

Considerando que o desvio para o vermelho é dado por:

$$z = \frac{v}{c}$$

sendo $z = \frac{\lambda_{observado} - \lambda_{emitido}}{\lambda_{emitido}}$

vem $\lambda_{observado} = \lambda_{emitido} \cdot (1 + z) \Leftrightarrow \lambda_{observado} = \lambda_{emitido} \cdot (1 + \frac{v}{c})$

substituindo os valores obtém-se:

$$\lambda_{observado} = 6923{,}9 \text{ Å}$$