

18^{as} Olimpíadas Nacionais de Astronomia

Prova Eliminatória

7 de Fevereiro de 2024

15:00 (Continente e Madeira) / 14:00 (Açores)

Duração máxima – 120 minutos



Notas:

- Lê atentamente todas as questões.
 - As 6 primeiras perguntas são de escolha múltipla.
 - Existe uma tabela com dados e informações úteis no final do enunciado.
 - Todas as respostas devem ser dadas na folha de prova sendo devidamente assinadas.
-

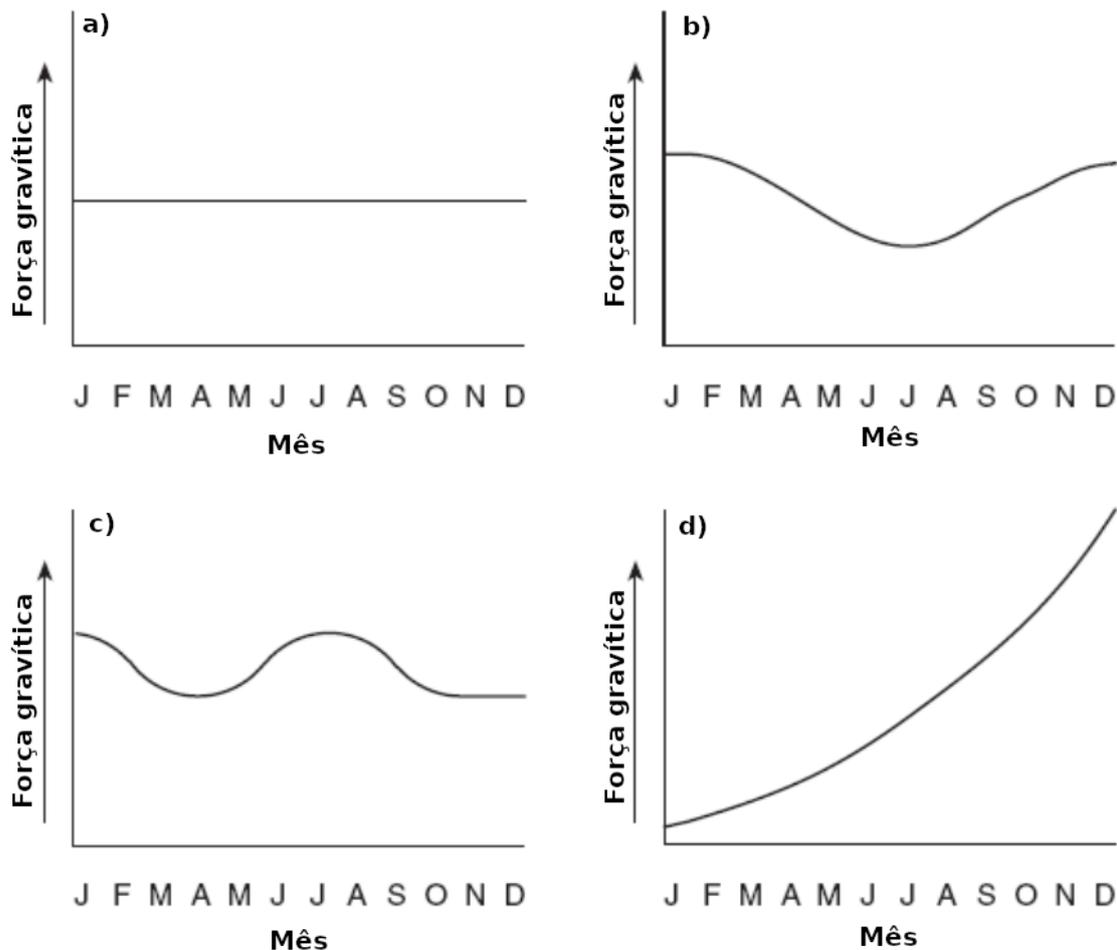
PERGUNTAS DE ESCOLHA MÚLTIPLA

1. Que afirmação melhor descreve as posições do Sol nos instantes de nascimento e ocaso do mesmo, para um observador em Coimbra no dia 21 de Dezembro?

- a) O Sol nasce a Sudeste e põe-se a Sudoeste.
- b) O Sol nasce a Nordeste e põe-se a Noroeste.
- c) O Sol nasce a Este e põe-se a Oeste.
- d) O Sol nasce a Nordeste e põe-se a Sudoeste.

Solução: a)

2. Qual destes gráficos melhor representa a intensidade da força da gravidade entre a Terra e o Sol ao longo de um ano?



Solução: b)

3. Qual dos seguintes fenómenos é responsável pela formação das auroras boreais e austrais, fenómenos visuais observados nos polos da Terra?

- a) O desvio da luz solar pela atmosfera da Terra.
- b) A reflexão da luz do Sol nas superfícies geladas dos polos.
- c) A interação do vento solar com o campo magnético da Terra.
- d) As chuvas de meteoros a entrar na atmosfera terrestre.

Solução: c)

4. O que caracteriza uma região HII na nossa galáxia, a Via Láctea?

- a) Áreas com uma concentração exceccionalmente alta de matéria escura.
- b) Regiões onde o gás interestelar é ionizado principalmente por estrelas jovens e massivas.
- c) Campos de asteroides resultantes da colisão de planetas antigos.

d) Zonas onde a radiação cósmica de fundo é mais intensa.

Solução: b)

5. Em 2023, foram feitos avanços significativos na detecção de ondas gravitacionais que ajudam os cientistas a observar diretamente eventos cataclísmicos no Universo. Quais dos seguintes eventos são mais comumente associados à produção dessas ondas?

- a) O colapso de nuvens de gás em galáxias distantes.
- b) Colisão de nuvens de matéria escura.
- c) Fusões de buracos negros ou estrelas de neutrões.
- d) Explosões de supernovas.

Solução: c)

6. A estrela de Barnard, nomeada em homenagem ao astrónomo americano Edward E. Barnard, é uma estrela anã vermelha situada a 6 anos luz da Terra, na direção da constelação do Serpentário. Ela tem o maior movimento próprio conhecido e o segundo maior ângulo de paralaxe. No espectro da estrela de Barnard, a linha de absorção H_{α} ($\lambda_0 = 6562.80\text{\AA}$) é observada com um comprimento de onda de 6560.44\AA .

Assinala a alternativa que indica o valor correto da velocidade radial da Estrela de Barnard. Por convenção, os valores positivos indicam afastamento e os negativos, aproximação da fonte luminosa.

- a) -108 km/s
- b) -46 km/s
- c) 46 km/s
- d) 108 km/s

Solução: Solução: A velocidade radial pode ser calculada através da expressão

$$v_r = c \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \right)$$

Substituindo os valores encontramos

$$v_r = -108 \text{ km/s}$$

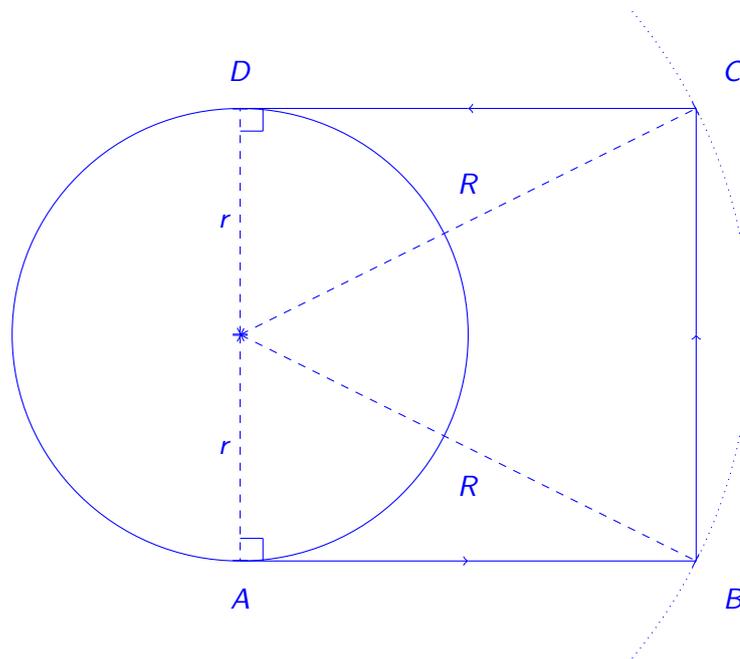
Solução: a

PERGUNTAS DE RESPOSTA LONGA

7. Duas estações rádio no equador da Terra, em posições diametralmente opostas, comunicam enviando e recebendo sinais rádio que são tangenciais à superfície da Terra através de dois satélites geoestacionários em órbitas circulares 3.59×10^4 km acima da superfície da Terra.

- Esboça um diagrama onde representes a posição das duas estações na superfície da Terra, dos dois satélites e o trajecto do sinal rádio entre uma estação e a outra.
- Calcula o intervalo de tempo entre a emissão do sinal a partir de uma estação até à recepção do mesmo sinal pela outra estação.

Solução:



a)

- Temos de calcular a distância $ABCD = l$. O comprimento BC é $2r$, e os comprimentos AB e CD são ambos $\sqrt{R^2 - r^2}$

$$\begin{aligned}
 l &= 2r + 2\sqrt{R^2 - r^2}. \\
 l &= 2 \times 6370 + 2\sqrt{42270^2 + 6370^2} \\
 &= 9.63 \times 10^4 \text{ km} \\
 &= 9.63 \times 10^7 \text{ m}
 \end{aligned}$$

Uma vez que o sinal viaja à velocidade da luz

$$\begin{aligned}
 t &= \frac{l}{c} = \frac{9.63 \times 10^7}{3 \times 10^8}, \\
 &= 0.32 \text{ s}.
 \end{aligned}$$

8. Imagina que és um astrónomo ...

- a) ... e estás a estudar um sistema binário de estrelas. Este sistema é composto por duas estrelas que orbitam uma à volta da outra. Uma estrela demora T dias para completar uma órbita. Qual é a relação entre o período T e a distância entre as estrelas R ?
- b) ... e estás a estudar exoplanetas, isto é, planetas que orbitam estrelas fora do nosso Sistema Solar. O conceito de "zona habitável" refere-se a uma região em que a temperatura permitiria a existência de água líquida. Explica como é que a temperatura média de um exoplaneta na zona habitável de uma estrela se relaciona com a Luminosidade da estrela e a distância do exoplaneta à estrela.

Solução:

- a) A resposta tem de mencionar explicitamente a Terceira Lei de Kepler. A cotação está certa a partir do momento que incluam a expressão $T^2/R^3 = k$, ou uma variação semelhante.
- b) A resposta deve mencionar explicitamente a Lei de Stefan Boltzmann e referir a expressão genérica $T^4 \propto L/D^2$ (L é a luminosidade da estrela e D a distância entre a estrela e o planeta). Mais especificamente a resposta é $T^4 = \frac{L(1-a)}{16\pi\sigma D^2}$, onde a é o albedo, e σ a constante de Stefan-Boltzmann.

9. Desde o lançamento do telescópio espacial JWST (observa no infravermelho - num comprimento de onda médio de $2\mu\text{m}$ - e tem um espelho com 6m de diâmetro) que vários campos extragalácticos já observados pelo telescópio espacial Hubble (HST, observa principalmente no UV e ótico - num comprimento de onda médio de 500 nm - e tem um espelho com 1.5m de diâmetro) foram observados novamente. Num desses campos foi observada uma galáxia com um diâmetro de 0.5 segundos de arco e com magnitude absoluta na banda F814W de $M_{F814W} = -22.1$.

- a) Quais dos dois telescópios tem uma melhor resolução espacial? Conseguem os dois telescópios resolver a galáxia indicada?
- b) Nas observações obtidas foi medida uma magnitude aparente $m_{F814W} = 24$. Calcula a que distância, em Mpc, a galáxia está de nós.
- c) A distância obtida na alínea anterior corresponde aproximadamente a um desvio cosmológico para o vermelho (redshift) de $z \approx 2$. Qual seria a magnitude absoluta (na banda indicada) desta mesma galáxia se fosse observada a $z \approx 10$? E a sua magnitude aparente (m_{F814W})?

Pista: o fluxo de uma fonte diminui com o redshift por um fator de $(1+z)^4$.

Solução:

- a) Usando a fórmula $\theta = 1.22\lambda/D$ e os valores dados no enunciado podemos calcular diretamente que $\theta_{\text{HST}} = 4.1 \times 10^{-7} \text{ rad} = 0.08''$ e $\theta_{\text{JWST}} = 4.1 \times 10^{-7} \text{ rad} = 0.08''$.
Daqui tiramos que o HST e JWST têm a mesma resolução e que os dois telescópios conseguem resolver a galáxia.
- b) Dada a fórmula do módulo da distância $m - M = 5 \log_{10}(d[\text{Mpc}]) + 25$, temos que $d \approx 15849$ Mpc.

- c) A magnitude absoluta não depende da distância (ou redshift) do objecto, pelo que é igual ao valor do enunciado $M_{F814W} = -22.1$. A magnitude aparente tem de ser calculada usando a relação entre magnitudes e fluxos:

$$m_{z=2} - m_{z=10} = -2.5 \log_{10}(f_{z=2}/f_{z=10})$$

$$m_{z=10} = m_{z=2} + 2.5 \log_{10}(f_{z=2}/f_{z=10})$$

Aqui temos que usar a pista e notar que

$$f_{z=10} = \left(\frac{1+2}{1+10} \right)^4 f_{z=2} \quad (1)$$

que substituindo nos leva à equação

$$m_{z=10} = m_{z=2} + 2.5 \log_{10} \left(\frac{1+10}{1+2} \right)^4 \approx 29.6 \quad (2)$$

10. O instrumento GRAVITY, instalado no Observatório Europeu do Sul (ESO), permite aos astrónomos observar com detalhe o movimento das estrelas na região do centro da nossa galáxia. Uma dessas estrelas foi detetada com um órbita circular e perpendicular à nossa linha de visão.

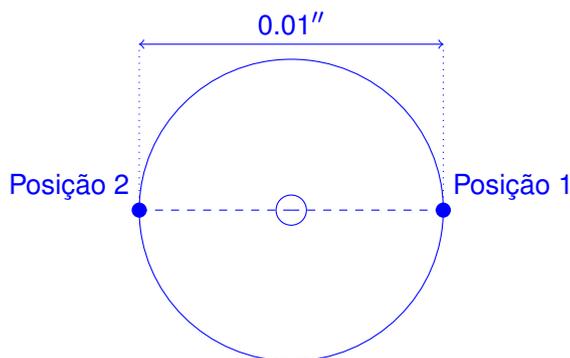
- a) Sabendo que demora 23.1 dias para a estrela viajar entre um ponto da sua órbita e o ponto diametralmente oposto (com uma separação em linha reta de $\theta = 0.01$ segundos de arco), calcula a massa do objecto que ela orbita.

Nota: Assume uma distância ao centro da galáxia aproximada de $d_{CG} = 8\text{kpc}$.

- b) Com base na alínea anterior, o que nos podes dizer sobre a natureza desse objecto?

Solução:

- a) Podemos esquematizar as observações como o desenho abaixo:



Para começar, temos de determinar a distância física entre os dois pontos da órbita usando a relação trigonométrica $\theta \approx d/d_{CG}$, o que nos dá $d = 80\text{UA}$.

Depois temos de obter a velocidade média de deslocamento da estrela, assumindo que ela demora os 23.1 dias a percorrer metade do perímetro da órbita. $v = d_{\text{percorrida}}/t = \pi d/t \approx 9418 \text{ km/s}$.

Finalmente, usamos a relação entre força centrípeta e força gravítica:

$$F_c = F_g \Leftrightarrow m \frac{v^2}{r} = G \frac{mM}{r^2} \Leftrightarrow M = \frac{v^2 r}{G} \quad (3)$$

Substituindo $v = 9418 \text{ km/s}$ e $r = 40 \text{ UA}$, podemos chegar ao valor que a massa do objecto central é $M \approx 4 \times 10^6 M_{\odot}$.

- b) Dada a massa e o tamanho máximo a que se encontra restrito, o objecto tem de ser um buraco negro supermassivo (Têm 25% se responderem certo, sem resolver a alínea anterior).

11. HD 209458 é uma estrela, localizada na constelação de Pégaso, onde foi detectado o primeiro trânsito de um planeta extrassolar. Sabe-se hoje que esta estrela tem pelo menos um planeta gigante que a orbita com uma órbita quase circular de raio $a = 4,75 \times 10^{-2}$ unidades astronómicas (U.A.), e com um período P de 3.5 dias.

- a) Utiliza a Lei de Stefan-Boltzmann para calcular o raio desta estrela sabendo que sua temperatura efetiva T_{ef} é de 6285 K e que sua luminosidade L é 1.61 vezes a luminosidade do Sol.
- b) Calcula sua magnitude absoluta.
- c) Assumindo uma órbita perfeitamente circular e coplanar com o plano do Sistema Solar, deduz a expressão para o tempo de trânsito do planeta, ou seja, o tempo máximo que o planeta demora para cruzar o disco da estrela, e calcula o tempo de trânsito para este planeta.

Solução:

- a) Pode-se obter o raio a partir da expressão

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$$

Calculando a razão entre o Sol e a estrela

$$\frac{4\pi R_{HD}^2 \sigma T_{efHD}^4}{4\pi R_{\odot}^2 \sigma T_{ef\odot}^4} \Rightarrow \frac{R_{HD}}{R_{\odot}} = \sqrt{\frac{1,61}{1,40}} = 1,07$$

$$R_{HD} = 7,45 \times 10^5 \text{ km}$$

- b) A diferença entre magnitudes pode ser calculada pela expressão

$$M_{HD} - M_{\odot} = -2,5 \log \left(\frac{F_{HD}}{F_{\odot}} \right) = -2,5 \log \left(\frac{L_{HD}}{L_{\odot}} \right)$$

Substituindo os valores tem-se

$$M_{HD} = 4,31$$

- c) Assumindo uma órbita circular, a velocidade orbital é dada por

$$v = \frac{2\pi a}{P}$$

A distância percorrida durante o trânsito é portanto

$$d = 2 \times R_{HD}$$

Obtém-se tempo de trânsito dividindo a distância percorrida pela velocidade

$$t = \frac{2R_{HD}}{\frac{2\pi a}{P}} = \frac{R_{HD}}{\pi a}$$

Substituindo os valores chega-se a

$$t = 1,01 \times 10^4 s = 2,80h = 0,12d$$

Tabela de Dados:

Constantes Universais

- Velocidade da luz (vazio): $c = 3 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$
- Constante gravitacional: $G = 6.673 \times 10^{-11} \text{ N m}^2 \text{ kg}^{-2}$
- Constante de Stefan-Boltzmann: $\sigma = 5.670 \times 10^{-8} \text{ W m}^2 \text{ K}^{-4}$
- Constante de dispersão de Wien: $b = 2.8976 \times 10^{-3} \text{ m K}$

Dados sobre o Sol

- Massa do Sol: $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{30} \text{ kg}$
- Raio do Sol: $R_{\odot} = 6.955 \times 10^8 \text{ m}$
- Período médio de rotação do sol: $T = 27 \text{ dias}$
- Luminosidade do Sol: $L_{\odot} = 3.846 \times 10^{26} \text{ W}$
- Magnitude Absoluta Visual do Sol: $M_{\odot} = 4.83 \text{ mag}$
- Temperatura superficial do Sol: $T_{ef} = 5780 \text{ K}$

Dados sobre a Terra

- Massa da Terra: $M_{\oplus} = 5.972 \times 10^{24} \text{ kg}$
- Raio da Terra: $R_{\oplus} = 6371 \times 10^3 \text{ m}$

Dados sobre a Lua

- Massa da Lua: $M_{\zeta} = 7.348 \times 10^{22} \text{ kg}$
- Raio da Lua: $R_{\zeta} = 1738 \times 10^3 \text{ m}$

Conversão de unidades

- Unidade Astronómica (UA): $1 \text{ UA} = 1.49 \times 10^{11} \text{ m}$
- Parsec (pc): $1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m}$
- Ano-luz (ly): $1 \text{ ly} = 9.46 \times 10^{15} \text{ m}$

Relações importantes

- Velocidade angular $\Omega = \frac{2\pi}{T} [\text{rad s}^{-1}]$
- Lei de Stefan-Boltzmann: $L = 4\pi R^2 \sigma T_{ef}^4$
- Distância em parsec: $d_{pc} = 10^{\frac{m-M+5}{5}}$
- Magnitude absoluta: $M = -2,5 \log(L) + K$, em que K é uma constante
- Lei da Gravitação Universal: $F_g = G \frac{Mm}{r^2}$

- Lei de Wien: $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$

- Lei dos cossenos:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2b \cdot c \cdot \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2a \cdot c \cdot \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2a \cdot b \cdot \cos \hat{C}$$

